

Ejercicio práctico de la primera prueba

Ejercicio 1.- (1,5 puntos)

Dado un cono equilátero de lado 10, se corta por un plano paralelo a una generatriz. Se pide el área del segmento parabólico así obtenido cuando esta área es máxima.

Ejercicio 2.- (1 punto)

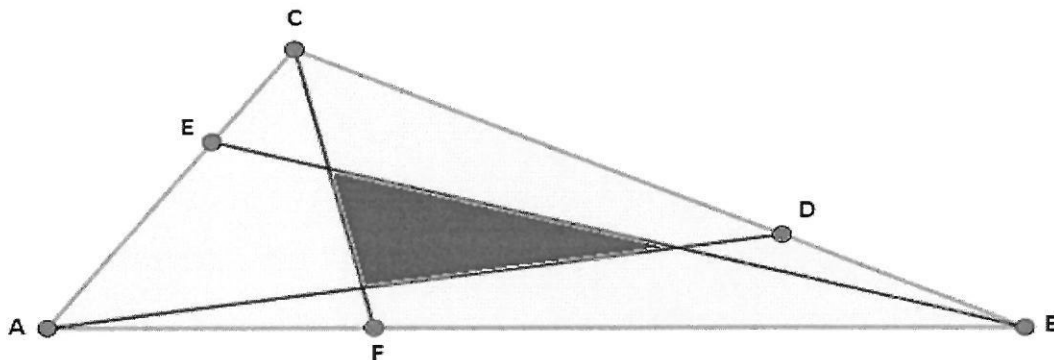
Dada la matriz $T = (t_{ij})_{1 \leq i, j \leq 3}$ con $t_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i = j \\ 1 & \text{si } i \neq j \end{cases}$

a) Demostrar que $\forall k \geq 1, \exists a_k, b_k \in \mathbb{R}$ tal que $T^k = a_k T + b_k I_3$ (con I_3 matriz unidad) y encontrar la relación de recurrencia de los escalares a_k y b_k .

b) Calcular $\lim_{k \rightarrow +\infty} \left(\frac{a_k}{b_k} \right)$ y $\lim_{k \rightarrow +\infty} \left(\frac{a_k}{a_{k-1}} \right)$

Ejercicio 3.- (1,5 puntos)

En un triángulo ABC, los puntos D, E y F dividen cada lado en el que están situados en dos segmentos de longitud uno el doble que el otro. Determina razonadamente la relación entre el área s del triángulo sombreado y el área S del triángulo original.



Ejercicio 4.- (1 punto)

Se tienen n bolas numeradas $1, 2, \dots, n$ y se ordenan aleatoriamente una detrás de otra. Calcular $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$ siendo p_n la probabilidad de que ninguna bola esté en la posición que indica su número.

